

FORMAS Y VISUALIZACIONES GEOMÉTRICAS

Marcela Franco¹

Introducción

Esta presentación es un primer avance del proyecto de investigación del CAEAU, denominado *Morfologías Complejas. Formas y Transformaciones en la Arquitectura Contemporánea*.

En el ámbito de la investigación hace más de una década, nuestro interés se centra en reflexionar acerca de los vínculos entre la morfología y matemática, considerando que es un campo interesante para contribuir a desdibujar límites precisos y rigurosos entre ambas disciplinas. Por tal motivo, presentaremos el desarrollo morfológico de algunas *curvas planas*, que hasta el momento presentan desarrollos predominantemente analíticos en el campo de la matemática y por tal motivo no muy difundidos en el campo del Diseño, nuestra intención es introducirlas a dicho campo. Para ésto inscribimos dichas curvas planas en un Modelo de espacialidad alternativa y diferenciada denominado *Espacio Unitario Recíproco Radial* (EURR) y *Espacio Unitario Recíproco Axial* (EURA).

Los objetivos de la investigación en curso planean (1) introducir al ámbito del diseño curvas matemáticas con desarrollo netamente analítico, y en consecuencia no utilizadas aún en el ámbito del proyecto arquitectónico; (2) generar sistemáticamente formas arquitectónicas complejas a partir de formas simples, (3) emplear metodologías para realización de análisis morfológico con la finalidad de aplicarlo a la enseñanza del proyecto arquitectónico y (4) enriquecer y ampliar el lenguaje de las formas arquitectónicas.

Consideramos la definición de *forma* que según Giordano/Doberti *es el estudio del modo en que las culturas producen la apropiación de la espacialidad tanto material como conceptualmente*.

El *análisis morfológico* es aquel que investiga y analiza los posible modos de apropiación perceptual y conceptual de las espacialidades. Concibe a la forma como entidades significativas y estudia los elementos estructurantes que ordenan la lectura de las formas, en éste caso de las *curvas conóidicas*.

Conviene aclarar que en algunos casos se utiliza un lenguaje geométrico, pero el sentido de lo dicho estará siempre en el contexto morfológico.

A lo largo de la historia existieron vínculos permanentes entre la matemática y el diseño; entendiendo a éste término en sus acepciones más amplias, es decir sea arquitectónico, pictórico, visual, escultórico, etc.

Algunos científicos coinciden que el origen de éste vínculo entre forma y matemática se remonta desde muy antiguo, desde la construcción de los altares. Formas geométricas, representaciones visuales que a menudo fueron las bases para las

¹ Marcela Franco es Arquitecta y Profesora-Investigadora de la Facultad de Arquitectura UAI Sede Buenos Aires.

investigaciones geométricas. Podemos referirnos al arte ornamental o los desarrollos de la geometría descriptiva descubierta por los pintores del Renacimiento.

Más recientemente, con los desarrollos visuales de las geometrías no-euclidianas, los nuevos métodos empleados de visualización de las complejas estructuras matemáticas convirtieron a las mencionadas geometrías no-euclidianas en modelos más comprensibles.

También contribuyeron los desarrollos de las visualizaciones de las estructuras en el campo de las ciencias naturales, física, química, biología, dando origen al desarrollo visual de las matemáticas.

En especial, en las últimas décadas con las tecnologías digitales, tenemos un nuevo campo de desarrollo y relaciones en el área que nos compete que es el campo de las *visualizaciones geométricas*.

Aún numerosas formas, estructuras, curvas, superficies, tienen un desarrollo predominantemente matemático. Por lo tanto sustentamos que forma y matemática es un campo en donde hay mucho por desarrollar y actualizar para dar respuesta a las nuevas tendencias que el diseño sustentable y ecológico requiere.

El desafío actual de la Arquitectura sustentable entre otros, consiste en dar nuevas respuestas a los nuevos desafíos que se presentan, para esto necesitamos enriquecer el lenguaje de formas del diseñador.

La *curvas* están presentes en todos los ámbitos, es decir tanto en la naturaleza como en el diseño de espacios y objetos creados por el hombre. En cuanto a la *morfología de curvas* las hay regulares y armónicas, irregulares, patológicas, de longitud finitas e infinitas.

Algunas describen en su cadencia ritmos fundamentales para la vida, otras son más bien ornamentales y no por eso menos importantes y aún otras en su trayectoria por el espacio generan superficies, planas y tridimensionales.

Einstein decía que la mente humana debe encontrarlas antes de encontrarlas en las cosas. Curvas que apasionaron y estudiaron a matemáticos de todos los tiempos.

Una idea bastante moderna acerca de qué es una curva es aquella *trayectoria que se puede trazar, dibujar, o recorrer en el plano o el espacio*.

Fue el catalán Antonio Gaudí quién unió la recta y la curva y así nació su magnífica obra constructiva derivada de sus observaciones de la estructura morfológica curvada de las formas en la naturaleza, por ejemplo, las formas de los árboles y también observó que la forma de los esqueletos de los animales es muy diferente a la del hombre. La naturaleza produce formas muy eficaces.

Desde hace 20 años con la irrupción de las nuevas tecnologías digitales en la escena proyectual surgen un gran número de proyectos sustentados en morfologías complejas donde las envolventes, los espacios y sus limitantes se constituyen como formas estructurantes y continuas.

Con las nuevas tecnologías digitales se logran manipular a las formas través de los nodos, y así obtener deformaciones; manipulando intuitivamente las superficies y las envolventes espaciales a diferencia del enfoque morfológico que utilizamos al producir formas de manera sistemática. Es decir que contrapondríamos una manipulación

intuitiva de la forma versus generación sistemática. A partir de diseñar con estas curvas se trata de generar superficies complejas a partir de formas simples.

Generación sistemática de formas

El *Espacio Unitario Recíproco* (EUR), *Radial* (R) y *Axial* (A) es una propuesta e idea original de Roberto Doberti que consiste en el desarrollo de una espacialidad alternativa y diferenciada que refuta conceptual y metafóricamente la uniforme y homogénea espacialidad cartesiana que heredamos de Descartes como legado de la primera modernidad.

Conviene aclarar que no es el objetivo de presente trabajo definir al sistema EUR, sino solo describir algunas propiedades relevantes y pertinentes a este trabajo. El sistema propone la generación sistemática de formas a partir de otras lógicas constitutivas espaciales en donde se entrelazaran conceptos morfológicos, con una geometría rigurosa. El Espacio Unitario Recíproco R y A, son la regulación de un espacio y no un sistema de representación del espacio cartesiano.

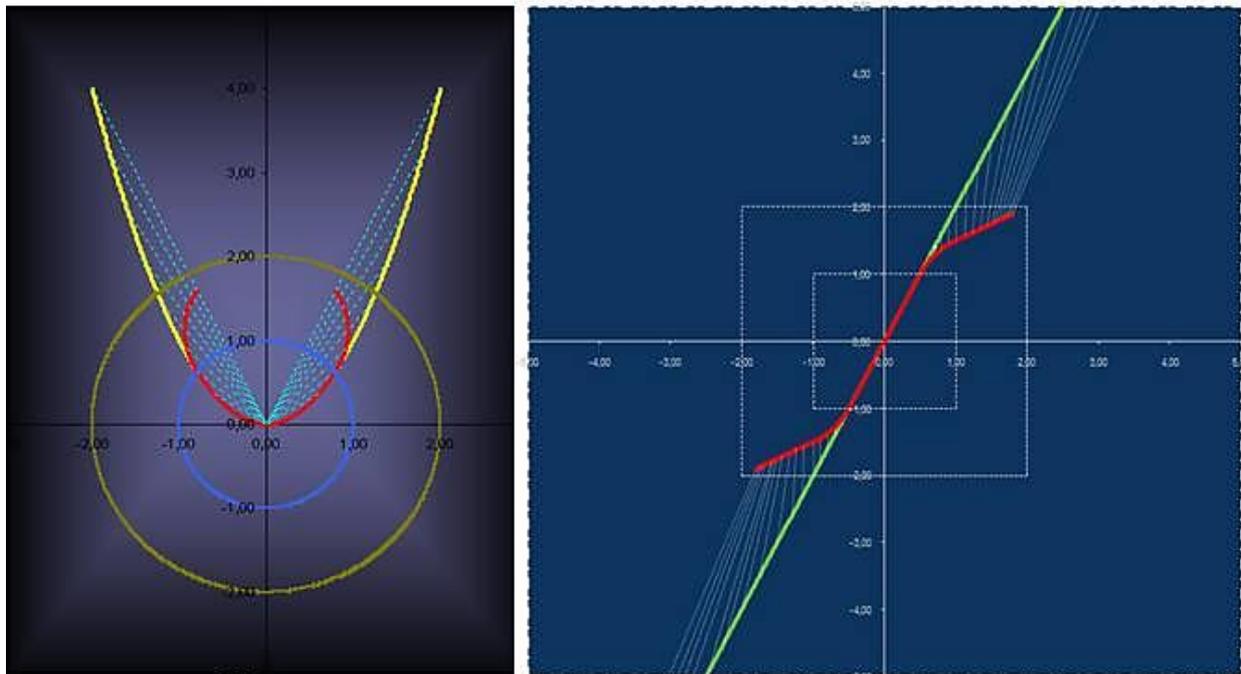


Imagen 1 Grafico donde se puede visualizar las lógicas de transformación.
Izquierda: Parábola Cónica inscripto en el EUR R.
Derecha: Recta inscripta en el EUR A.

Es objetivo explícito del sistema la posibilidad de representar entidades del campo del diseño y visualizar un sector con gran nivel de precisión del mismo, es decir sin necesidad de recortar y manteniendo a la entidad contextualizada. La generación de formas y sus respectivas transformaciones y seriaciones inéditas constituyen, los productos y los objetivos principales de ésta investigación.

Otra posibilidad interesante que ofrece el EUR R es la experimentación, visualización y representación de formas en el infinito.

Mediante *metodologías experimentales* es interesante destacar la importancia de la visualización geométrica como recurso para la obtención de curvas planas, que adquiere un rol protagónico a través de la inscripción de las formas en un modelo de espacialidad alternativo y diferenciado, denominado Espacio Unitario Radial y Axial. (EUR R Y A)

Para la aplicación de las metodologías utilizadas anteriormente es imprescindible experimentar con las herramientas interactivas y multimedia, que las nuevas tecnologías ofrecen en materia de visualización y ello permitirá utilizar curvas y superficies inscritas en esta particular lógica espacial

Otro de nuestros objetivos relevantes es utilizar los resultados obtenidos para ser aplicados a la enseñanza de la arquitectura, haciendo foco en el desarrollo de la creatividad y considerando a autores como J. Bruner, R. Doberti y M. de Guzmán nos basamos en la importancia de la visualización matemática versus los desarrollos analíticos y en consecuencia situándonos en un híbrido entre el pensamiento paradigmático y el pensamiento narrativo comenzamos a desarrollar un apartado que hemos denominado *Cuaderno de Curvas*.

Debido a que existe cantidad de curvas matemáticas, con desarrollos netamente analíticos y en consecuencia no difundidas y no utilizadas en el campo del diseño utilizamos al sistema EUR R y A como metodología para difundir, explicar e introducir dichas curvas al ámbito del proyecto arquitectónico.

Una de las metodologías de trabajo es utilizar el EUR para obtener formas y realizar un análisis morfológico, es decir apropiarnos del conocimiento y luego emplearlo en el espacio cartesiano habitual.

De la multiplicidad de curvas planas a desarrollar, en esta oportunidad comenzamos con las siguientes: Deltoide, Astroide, Bicornia, Nudo Pajarita, Tractriz, Cuártica Piriforme, etc., las cuales se inscribieron centradas y descentradas tanto en el espacio homogéneo, como en el no homogéneo del sistema EUR R y A.

Cuaderno de curvas

Según el criterio EUR R y A reconocemos *curvas centradas* y *descentradas* y en ellas se dan las entidades geométricas pertenecientes a la geometría euclídea tradicional (rectas, cuadrados, círculos, catenaria, curvas cónicas, círculos, ovoide, parábolas, hipérbolas) así como curvas conóidicas (ovóide cónoidica, parábola conóidica simétrica, hipérbola conóidica simétrica, hipérbola conóidica asimétrica, curvas trigonométricas) y curvas matemáticas no difundidas aún en el ámbito del diseño (nudo pajarita, deltoide, astroide, bicornia, parábola cúbica, parábola semicúbica, curva de anegsi, cuártica piriforme, cruciforme, bouche).

Rectas inscritas en el EUR R

Representamos en el gráfico (imagen 2 izquierda) una familia de rectas paralelas y verticales las cuales por lógica propia del EUR R convergen hacia el infinito, más precisamente en los puntos que hemos denominado puntos de convergencia positivos y negativos. Opera un transformación continua y gradual; una serie de transformación de una recta a una semicircunferencia, siendo la figura origen una recta. La recta que pasa por el origen de coordenadas conserva su imagen habitual y conduce la lectura. Y a medida que las rectas se alejan del centro (0,0) se curvan hasta asimilarse a los *bordes difusos* del disco. Toda recta, semirecta o segmento rectilíneo que coincida con algún radio del EUR R, conserva su morfología habitual. El EUR R concede infinitos puntos de convergencia *móviles*. Los polos o puntos de convergencia puede ser cualquier punto de la circunferencia máxima o circunferencia de borde.

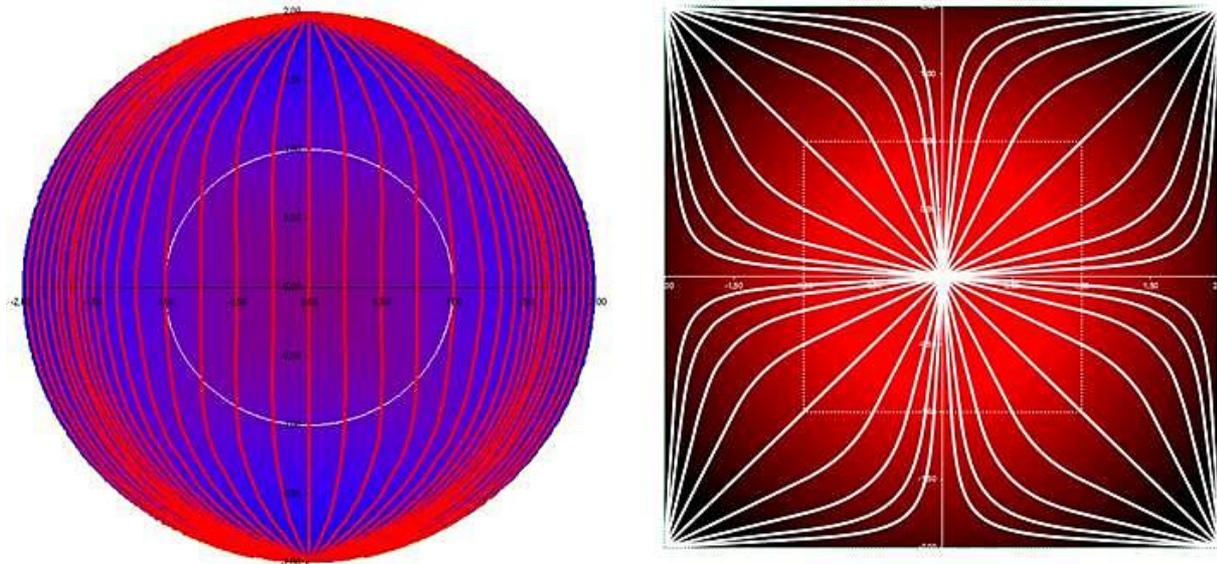


Imagen 2
Rectas inscriptas en el EUR R y A respectivamente

Rectas inscriptas en el EUR A

En el EUR A representamos un haz de rectas con la finalidad de comprender la lógica de ésta espacialidad (ver imagen 2 derecha). A diferencia del ejemplo anterior, en el EUR A, los polos o puntos de convergencia son fijos y se corresponden con los vértices; es decir en la bidimensión, los polos son los vértices del cuadrado abierto.

En el EUR A las rectas que coinciden con los ejes de simetría axial, conservan su morfología habitual.

De la multiplicidad de curvas matemáticas que existen, en ésta oportunidad elegimos describir las familias de curvas Bicornia, Astroide, Deltoide y Nudo Pajarita. Son cuatro curvas simples, bidimensionales y cerradas, que inscriptas en las espacialidades alternativas del EUR R y A adoptan disímiles configuraciones. Adicionalmente finalizaremos con referencias a las curvas Conoidicas.

Curva bicornia

Conocida también como el sombrero de Napoleón, inscriptas en el EUR R se convierten en lúnulas y en el EUR A las curvas se transforman en segmentos rectos. En ambas espacialidades conservan los vértices o puntos puntos singulares.

Curva Astroide

La familia de curvas inscriptas en el EUR R y A se transforman de curvatura positiva a curvatura negativa. A medida que las curvas se aproximan al infinito pierden los 4 puntos de inflexión y también pierden los puntos singulares y las curvas se convierten en diferenciables (suaves).

Curva Deltoide

Inscriptas en el EUR R al aproximarse al infinito pierden los puntos de inflexión, las curvas se transfiguran en diferenciables, es decir gráficamente se transforma en una curva suave. Al igual que la precedente se transfigura de curvatura positiva a negativa. En el caso del EUR A las curvas al aproximarse al infinito conservan sólo dos puntos singulares, en ésta lógica espacial las curvas son diferenciables.

Curva Nudo Pajarita

La familia de curvas Nudo Pajarita presenta situaciones antagónicas en ambas espacialidades de los EUR. Esta familia de curvas en el espacio homogéneo es una curva suave, es decir matemáticamente diferenciable. Inscriptas en el EUR R conservan dicha propiedad. En cambio inscriptas en el EUR A se convierten en curvas no diferenciables al presentar 4 puntos singulares al aproximarse al infinito.

Curvas Conoidicas

Existe una analogía entre las curvas conoidicas y las curvas cónicas, éstas últimas estudiadas desde la antigüedad por Apolonio, Arquímedes, Kepler, Descartes, Pascal, Newton, Desargues, y Klein entre otros.

La palabra *conoide* etimológicamente querría decir con *forma de cono*. Si cortamos al conoide con diferentes planos, de manera similar al efectuado al cono para obtener las curvas cónicas, obtenemos las llamadas curvas conoidicas y así generalizamos esta instancia metodológica exploratoria con la intención de ampliar y racionalizar el repertorio de formas.

Existe gran variedad de conoides entre ellos, conoide de Prückle, de Wallis, de Whitney, de Zindler, conoide parabólico, conoide hiperbólico, conoide sinusoidal o superficie de Gaudí, etc.

En la imagen 3 se ilustra acerca de los criterios geométricos de obtención o genwracipon de esta clase de curvas y en la imagen 4 se incluyen referencias geométricas y constructivas al empleo de esta familia de curvas conoidicas en el conocido caso del muro cerámico portante ondulado que el Ingeniero Eladio Dieste desarrolló y aplicó en su Parroquia de Cristo Obrero.

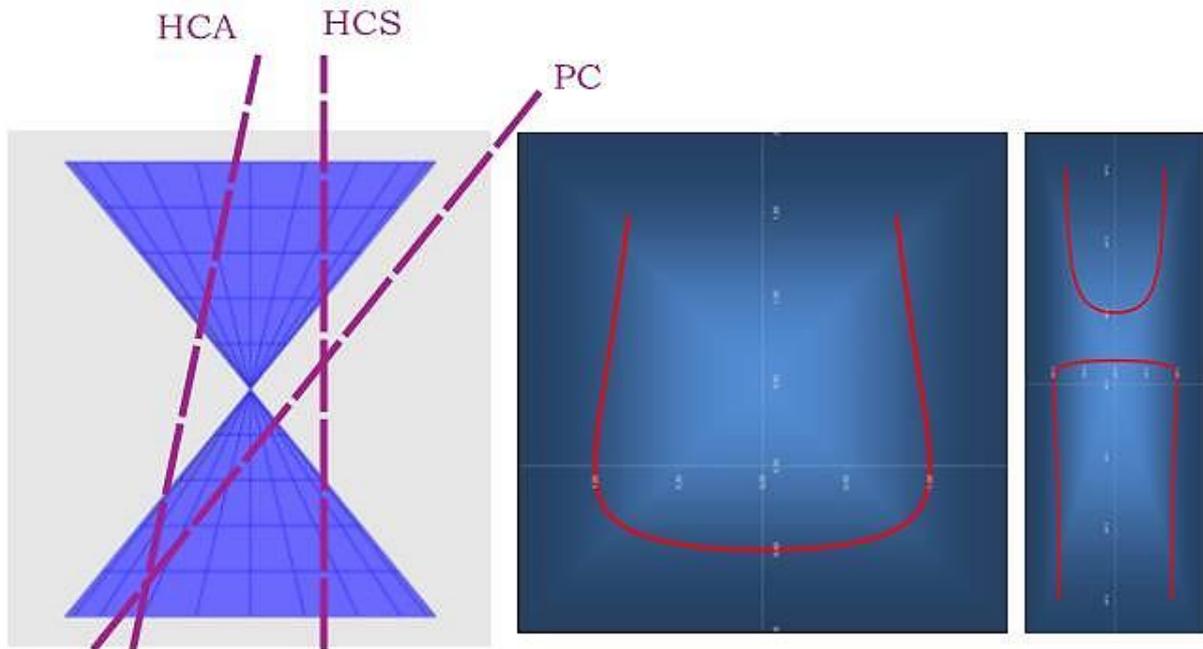


Imagen 3. Superficie Conoidea. Obtención de Curvas Conoideas.
 Parábola Conoidea e Hipérbola Conoidea Asimétrica

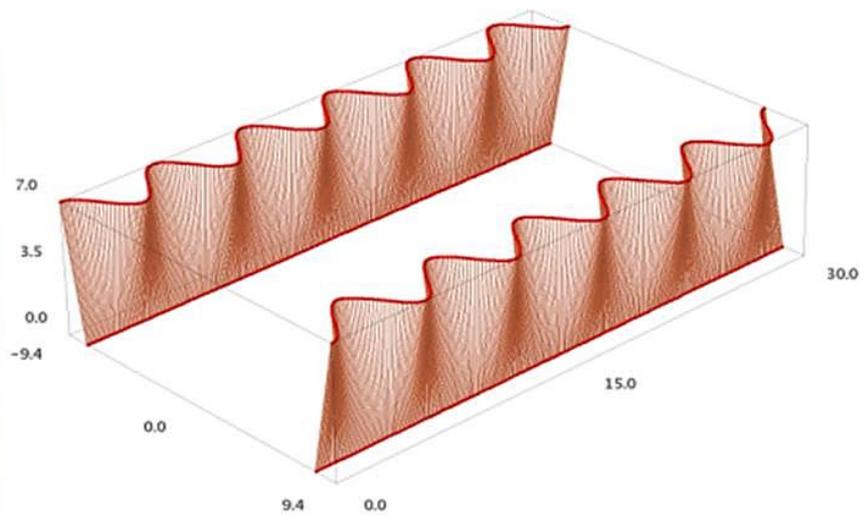


Imagen 4. Utilización de Superficies Conoideas.
 Parroquia Cristo Obrero, Uruguay. Ing. Eladio Dieste

Conoide circular recto

El conoide es una superficie de translación y como tal son necesarios para su generación tres elementos: generatriz, plano director y directriz. El rol de la generatriz y de la directriz es intercambiable. Sólo diremos en términos menos formales, que el conoide es como un cono que en lugar de poseer un vértice tiene un segmento de recta.

Asimismo, es una superficie reglada que tiene dos directrices no coplanares: una circunferencia y un segmento de recta de longitud igual al diámetro de la circunferencia. Un plano director perpendicular al segmento de recta. Una recta generatriz que se traslada paralela al plano director.

Obtención de las curvas conoidicas

Para situarnos ubicamos a la circunferencia directriz en un plano horizontal y en otro plano horizontal y paralelo al anterior tenemos al segmento rectilíneo directriz. Si seccionamos al conoide con planos paralelos a la directriz circular obtenemos elipses. Las secciones con planos oblicuos con respecto a la circunferencia directriz proporcionan ovoides. Las secciones paralelas a la recta generatriz proporcionan parábolas conoidicas.

Las hipérbolas conoidicas pueden ser simétricas o asimétricas:

a) Si seccionamos al conoide con un plano perpendicular al plano que contiene la circunferencia y paralelo al segmento rectilíneo directriz, obtenemos hipérbolas conoidicas simétricas.

b) Si seccionamos con un plano oblicuo con respecto al plano que contiene a la circunferencia directriz obtenemos hipérbolas conoidicas asimétricas.

Otras curvas conoidicas investigadas por Doberti son las lemniscata conoidica simétrica, asimétrica, gota conoidica, clepsidra conoidica simétrica y asimétrica. Éstas últimas no son motivo del presente desarrollo.

Curvas conoidicas en el espacio homogéneo o cartesiano

De la multiplicidad de opciones de curvas conoidicas en esta oportunidad optamos por referir a las siguientes curvas: parábola conoidica e hipérbolas conoidicas simétrica y asimétrica, elipse conoidica y el ovoide conoideo.

Aquí distinguimos dos grandes grupos de curvas, abiertas y cerradas. La superficie conoidica al mismo tiempo las integra y las oculta, en un juego de misteriosa seducción. Ciertamente es un ejercicio complejo visualizarlas geoméricamente, éste motivo convierte a dichas curvas en un tema netamente morfológico.

Los elementos estructurantes de las curvas, muestran el juego de tensiones complementarias que la equilibran. Dichos elementos básicos son la oposición de direcciones, el paralelismo, los ejes de simetría especular, los ejes asintóticos; estos elementos están integrados y diferenciados por las curvas conoidicas.

Las curvas se perciben como formas pregnantas, de una estética muy particular. La característica más distintiva, quizás sea la relación dialéctica entre la recta y la curva. Recta y curva se integran en una relación entre la tensión y el equilibrio.

Curvas conoidicas inscriptas en el EUR R

Las curvas conoidicas inscriptas en el EUR R conservan algunos de los elementos básicos que las estructuran como ser todos los planos de reflexión.

Nuevas armonías se hacen presentes en ésta particular espacialidad, exaltando la condición metamórfica de la forma. En dicha espacialidad se hace más evidente el lenguaje paradójico y complejo de la morfológica. Entonces, la parábola e hipérbolas

conóidicas en su transformación se vivencian otras instancias significativas espacio-temporales. Las extremidades de la parábola y de las hipérbolas simétrica y asimétrica tienden a cerrarse al acercarse a los polos positivos y negativos conformando los visibles e intangibles puntos cuspidales. Se perciben como puntos de inflexión, pero presentan caladuras.

La hipérbola conóidica simétrica y asimétrica está conformada por dos ramas o figuras disconexas. La elipse conóidica en el EUR R, mantiene sus dos ejes de simetría especular, el eje menor es de longitud unitaria, es decir tangente al espacio homogéneo y su eje principal es de longitud infinita. Los focos de la elipse tienden a aproximarse. Las elipses conóidicas en este sitio del EUR R devienen en óvalos.

El ovoide es una curva plana y cerrada que aún en el EUR R conserva su eje de simetría respecto a su eje mayor. En los dos gráficos el eje menor es de longitud unitaria, y advertimos que la longitud del eje mayor es inconmensurable.

J. L. Borges al describir *El Aleph* dice: *El diámetro del Aleph sería de dos o tres centímetros, pero el espacio cósmico estaba ahí, sin disminución de tamaño. Cada cosa (la luna del espejo, digamos) era infinitas cosas, porque yo claramente la veía desde todos los puntos del universo.*

Conclusión

Siempre es un desafío trabajar desde la morfología general por el gran nivel de abstracción con el que se trabaja. Es valioso el esfuerzo ya que entendemos a la morfología como un enfoque de la disciplina arquitectura. Comenzamos a vincular nuestro desarrollo morfológico con el proyecto arquitectónico. Entendiendo que el lugar de síntesis entre ambas disciplinas sea la Forma en el marco de la práctica proyectual.

Bibliografía

- Agkathidis, A. (2016) *Diseño generativo. Procesos para concebir nuevas formas arquitectónicas*. Barcelona, España: Promopress.
- Agkathidis, A. (2017) *Arquitectura biomórfica. Diseño orgánico y construcción*. Barcelona, España: Promopress.
- Borges, J. L. *El Aleph*. (2009) Obras Completas I: 1923-1949. [El Aleph (1949)] Buenos Aires: Emecé.
- Bruner, J., (1984) *El Desarrollo de los procesos de representación*, en: *Acción, Pensamiento y Lenguaje*. Madrid: Alianza ED.
- Bruner, J. (1986) *Realidad Mental y Mundos posibles. Los actos de la imaginación que dan sentido a la experiencia*. Barcelona, España: Geodisa.
- Bruner, J., (1988) *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.
- Bruner, J., (1972) *El Proceso de educación*. México: Uteha.
- Bruner, J., (1978) *El proceso mental en el aprendizaje*. Madrid: Narcea.
- Canclini n.& Villoro, J. (2013) *La Creatividad Redistribuida*. 1ª ed. México: Siglo XXI,
- Cropley, A. J. (2004). *Creativity as a social phenomenon*. En M. Fryer (Ed.), *Creativity and cultural diversity* (pp. 13-24). Leeds: Creativity Centre Educational Trust.

Doberti, R. *Una Espacialidad Alternativa: Infinitud y Diferenciación*. : Congreso Internacional de Matemática y Diseño. (1º: 1995: Buenos Aires, Argentina) Anales de Trabajos presentados. pp. 91-100.

Doberti, R. *Infinito y Situado: un Replanteo del Espacio Cartesiano*. [en línea] N° 20 - Octubre - 1995. pp. 80-89. <http://www.asofil.org.ar/web/paginas/pdf/DOBERTI/REVISTA/infinito.pdf>

Doberti, R. *La Informatización del Espacio Unitario Recíproco*. [en línea] Disponible en: <http://cumincades.scix.net/data/works/att/641d.content.pdf>

Doberti, R. & Giordano, L. (2020) *Sistemática de las conformaciones*. Buenos Aires, Argentina: Infinito.

Giordano, Bruno. (2008) *Sobre el Infinito Universo y los Mundos*. 1º ed. La Plata: Terramar.

Ferrater, C. & Asociados. (2006) *Sincronizar la geometría. Paisaje, Arquitectura & Construcción*. Barcelona, España: Actar

Franco, Marcela, Carolina. (2010). *Superficies Espaciales en el Espacio Unitario Recíproco Radial*. [DVD]: Encuentro de Docentes de Matemática en Carreras de Arquitectura y Diseño de Universidades Nacionales del Mercosur. (V: Resistencia, Chaco) FAU-UNNE, Resistencia, Chaco.

Franco, Marcela, Carolina. *Forms*. (2010) *Forms in the Radial Reciprocal Unitary Space*. : International Conference on Geometry and Graphics. (14th: Kioto, Japan). Proceedings: 1(134): 131-132. Extended Abstract] 2010. 377 p.

Muñoz, P. (2010) *Líneas espaciales*. Buenos Aires, Argentina: De la Forma.

Misuraca, A.; Abaca, A. [et al]. (2007) *Merodeando la Forma: Atravesamientos y Tangencias*. 1ª Ed. Buenos Aires, Argentina: IEH, FADU UBA.

Merleau-Ponty, M. (1945) *Fenomenología de la Percepción*. Barcelona: Planeta.

Panofsky, E.. (2008) *La Perspectiva como Forma Simbólica*. 3º ed. Barcelona: Fabula Tusquets,

Rivas Adrover, E. (2015) *Estructuras desplegables. Arquitectura, Ingeniería y Diseño*. Barcelona: Promopress.

Spinadel, V. de; Nottoli, H. *Herramientas Matemáticas para la arquitectura y el diseño*. 1ª ed. Buenos Aires: FADU, 2005 152 p.

Wagensberg, J. (2013) *La Rebelión de las formas. O como perseverar cuando la incertidumbre aprieta*. Buenos Aires. Tusquets Editores.

Páginas Web Consultadas:

<https://fernandoalcalde.wordpress.com/2015/11/10/eladio-dieste-la-forma-y-la-materia/>

<https://www.archdaily.com/33110/burnham-pavilion-zaha-hadid>

Muñoz, P. Superficies Espaciales. En línea:

<http://www.plm.com.ar/academico/documentos/downloads/pdf textos/pdfsupf1.pdf>